

EL CAPITAL ASSET PRICING MODEL: UN TEST PARA EL MERCADO FINANCIERO BOLIVIANO

Eduardo Antelo Callisperis

1. INTRODUCCION

El "Capital Asset Pricing Model" (CAPM), propuesto originalmente por Sharpe (1964) y Lintner (1965) como una extensión natural al modelo de promedio-varianza de Markowitz (1952), es una teoría simple de evaluación de activos cuyos rendimientos son inciertos. La teoría, ampliamente utilizada en análisis empíricos, asevera que el exceso de rendimiento exigido por el inversor (prima de riesgo), por sobre la tasa sin riesgo, es proporcional al riesgo no diversificable o sistemático, que es medido por la covarianza del rendimiento del activo con el rendimiento de la cartera compuesta por todos los activos disponibles en el mercado. Tal medida, puede también ser interpretada como el coeficiente de regresión entre la prima de riesgo y el exceso de rendimiento de la cartera de mercado sobre el activo sin riesgo.

Básicamente, los supuestos implícitos en el CAPM son los siguientes:

- a. Todos los inversores escogen carteras eficientes de combinaciones de promedio-varianza, dentro del horizonte de un período, aún cuando no sea necesario tener funciones de utilidad idénticas.
- b. Todos los inversores tienen expectativas idénticas sobre los promedios, varianzas y covarianzas de los rendimientos.
- c. No existen imperfecciones en el mercado, en relación a costos de transacción, indivisibilidades, tasas, u otras restricciones al crédito a la tasa sin riesgo.

La literatura aplicada de Finanzas ofrece actualmente, una amplia variedad de tests del CAPM. En general, estos tests están basados en el supuesto a. anterior, al mismo tiempo que fuerzan el supuesto b., para que incluya, además de la identidad de distribuciones de los rendimientos, constancia de sus momentos en el tiempo. Estos tests en general sugieren que la prima de riesgo depende de otras variables además del riesgo sistemático¹.

En general, los métodos econométricos tradicionales de estimación utilizados parten del supuesto "a priori" de constancia en los parámetros que describen las relaciones estructurales básicas entre distintas variables económicas. Siguiendo la línea de argumentación formulada por Lucas (1976) sobre la estructura de las relaciones econométricas, los modelos de series de tiempo de precios de activos deben medir no solamente el riesgo, pero también su movimiento a lo largo del tiempo, e incluirlo como determinante del precio. Los modelos ARCH ("Autoregressive Conditional Heterocedastic") introducidos por Engle (1982) en la literatura econométrica, modelan explícitamente varianzas condicionales variables en el tiempo.

El presente trabajo, busca verificar si el riesgo sistemático de los activos financieros fue variable y determinante básico de la prima de riesgo de estos activos, en el período de post-estabilización en Bolivia. Se parte de un CAPM con covarianzas variables en el tiempo, modelado a través de un proceso GARCH ("Generalized Autoregressive Conditional Heterocedastic") multivariado para testear si las covarianzas condicionales son

¹ Evaluaciones críticas y reseñas de estos test pueden ser encontrados en Ross (1978) y Schwert (1983).

efectivamente variables en el tiempo y determinan significativamente la prima de riesgo que, por tanto, sería también variable en el tiempo. En este sentido, se mantiene la identidad de las expectativas sobre los momentos futuros (entre los agentes), sin embargo, se propone que éstas sean expectativas condicionales y así variables aleatorias en vez de constantes, siguiendo el camino empírico iniciado por Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988).

¡Error! Marcador no definido.2. MERCADO DE CAPITAL EFICIENTE

Para describir lo que es un mercado de capitales eficiente es útil, inicialmente, definir lo que es un mercado de capitales perfecto. Las siguientes condiciones son necesarias para un mercado de capital perfecto:

- La no existencia de fricciones: no existen costos o tasas, todos los activos son perfectamente divisibles y transables, y tampoco existen regulaciones restrictivas.
- Perfecta competencia en los mercados de productos y títulos. Esto significa, que en el mercado de productos los bienes y servicios son ofrecidos al mínimo costo promedio, y en los mercados de títulos todos los participantes son tomadores de precios.
- Los mercados son eficientes desde el punto de vista de la información: no hay costos para obtener la información y ésta es recibida simultáneamente por todos los individuos.
- Todos los individuos son racionales y maximizan la utilidad esperada.

Dadas estas condiciones los mercados de bienes y servicios son asignativa y operacionalmente eficientes. La eficiencia del mercado de capital es un concepto mucho menos restringido que la noción de mercado de capital perfecto. En un mercado de capital eficiente, los precios reflejan plena e instantáneamente toda la información relevante disponible. Esto significa, que cuando los activos son negociados, los precios son señales precisas para la asignación de capital. En este sentido, se puede tener eficiencia del mercado no obstante no se cumplan algunos de los supuestos mencionados anteriormente que aseguran que el mercado de capitales sea perfecto.

Fama (1976) operacionaliza el concepto de eficiencia del mercado de capitales, definiendo tres tipos de eficiencia basados en las diferentes nociones de lo que representa exactamente información relevante en la frase: "los precios reflejan plenamente toda la información relevante".

- a. Eficiencia de la forma débil, cuando ningún inversor puede obtener rendimientos en exceso a través del desarrollo de reglas de negociación basadas en información pasada sobre precios y rendimientos.
- b. Eficiencia de la forma semi-fuerte, cuando ningún inversor puede conseguir rendimientos en exceso a través de reglas de negociación basadas en cualquier información pública disponible.
- c. Eficiencia de la forma fuerte, cuando ningún inversor puede obtener rendimientos en exceso utilizando cualquier información, esté disponible públicamente o no.

Históricamente fue posible testear predicciones de los supuestos de mercado eficiente, incluso antes que el desarrollo de una teoría que incorpore riesgo permita la comparación de rendimientos ajustados por el riesgo. Tres teorías de comportamiento de series de tiempo pueden ser encontradas en la literatura: el modelo de "juego justo", el "martingale" y el camino aleatorio.

Un "juego justo" significa que, en promedio, el rendimiento esperado de un activo iguala al rendimiento efectivamente realizado. Así, un juego justo no implica en rendimientos positivos, únicamente que las expectativas no sean sesgadas. Un "martingale" es también un tipo de "juego justo". Con un "martingale" sin embargo, se espera que el precio futuro sea el mismo que el precio actual. Por último, los caminos aleatorios tienen condiciones más fuertes que los "juegos justos" y "martingales" en la medida que suponen que no existen diferencias entre la distribución de rendimientos condicional a una estructura dada de información y la distribución incondicional de rendimientos.

El CAPM proporciona una teoría que permite que el rendimiento esperado de un modelo de "juego justo" esté condicionado a una medida relevante de riesgo. De acuerdo a la teoría, el único parámetro relevante para evaluar el rendimiento esperado para cada activo es su riesgo sistemático. Además, como el CAPM es derivado de un conjunto de supuestos bastante similar a aquellos de eficiencia de mercado se puede considerar que el CAPM y la eficiencia de mercado están fuertemente relacionados.

¡Error! Marcador no definido.3. CAPM EN MOMENTOS CONDICIONALES

Se expone a continuación, el modelo teórico del CAPM en términos de momentos condicionales, el cual fue originalmente desarrollado por Jensen (1972). Sea y_t un vector columna $N \times 1$, tal que su distribución es:

$$(1) y_t | I_{t-1} : D(u_t, H_t),$$

donde y_t está compuesto por los excesos de rendimientos reales de los activos del mercado, dada la información disponible en $t-1$, indicada por I_{t-1} . u_t y H_t son respectivamente el vector de promedios condicionales y la matriz de varianzas-covarianzas condicionales. Definiendo w_{t-1} como el vector del valor de las ponderaciones de los varios activos en la cartera, al fin del período anterior, el exceso de rendimiento del mercado será $y_{mt} = y_t' w_{t-1}$, y el vector de covarianzas es $H_t w_{t-1}$. En consecuencia, el CAPM requiere que el exceso de rendimiento sea proporcional al riesgo no diversificable, que es medido por la covarianza del rendimiento del activo con el rendimiento de la cartera compuesta por todos los activos disponibles en el mercado, tal que:

$$(2) u_t = \delta H_t w_{t-1},$$

donde δ es un escalar constante de proporcionalidad, que en equilibrio representa una medida agregada de aversión al riesgo, conforme Bodie y otros (1984). Además, la varianza condicional de los excesos de rendimiento quedaría dada por el escalar $\sigma_{mt}^2 = w_{t-1}' H_t w_{t-1}$ y, el promedio condicional del mercado por $u_{mt} = w_{t-1}' u_t$. De tal forma (2) puede ser escrito como

$$(3) u_{mt} = \delta \sigma_{mt}^2$$

con δ representando la declividad de la línea de "trade off" entre el promedio y la varianza. Definiendo beta como el riesgo sistemático o no diversificable de un activo, tal que: $\beta_t = H_t w_t$, $1/\sigma_{mt}^2$ y sustituyendo en (2) y en (3), se tiene la expresión familiar

$$(4) u_t = \beta_t u_{mt}$$

Así, si la matriz de covarianzas de los rendimientos varía en el tiempo, también variarán los promedios de rendimientos y los betas. En estas condiciones, el CAPM queda representado en términos de momentos condicionales, reflejando el conjunto de información disponible a los agentes, en el instante en que las decisiones sobre la cartera son tomadas.

¡Error! Marcador no definido.4. **MODELO ECONOMETRICO: UN SISTEMA GARCH MULTIVARIADO**

La operacionalización econométrica del modelo (2), es efectuada a través de un proceso autorregresivo heterocedástico condicional generalizado en promedio, GARCH(p,q)-M multivariado ("Generalized Autoregressive Conditional Heterocedastic in Mean") conforme propone Bollerslev y otros (1988). Se trata, en realidad, de una extensión del modelo ARCH ("Autoregressive Conditional Heterocedastic") univariado, introducido por Engle (1982) en la literatura econométrica, en varios aspectos: viabiliza la utilización de series de tiempo múltiples, permite evaluar el supuesto de que las covarianzas condicionales afectan al promedio y prueba los efectos de las varianzas condicionales rezagadas sobre las propias varianzas condicionales.

Como la estimación de un modelo GARCH (p,q)-M multivariado envuelve muchos parámetros², se opta por trabajar con la versión simplificada, GARCH(1,1)-M multivariado:

$$(5) y_{it} = A_i + \delta \sum_j w_{jt} h_{ijt} + e_{it}$$

$$h_{ijt} = \tau_{ij} + \alpha_{ij} e_{it-1} e_{jt-1} + \beta_{ij} h_{ijt-1}$$

con $i, j = 1, 2, \dots, N$; $e_t / I_{t-1} : N(0, H_t)$

donde : y_{it} = exceso de rendimiento (prima de riesgo),
 w_{jt} = peso de cada activo en la cartera de mercado,
 H_t = matriz de varianza-covarianza condicional de los rendimientos dada la información disponible en t-1 constituida por los h_{ijt} .

² Con N activos se tiene N elementos de varianza, (1/2)(N-1)N elementos de covarianza y, un total de parámetros a estimar dado por la fórmula de Bollerslev y otros (1988):

$$(N+1) + (1/2)(N+1)N + (1/4)N^2(N+1)^2(p+q).$$

Esta estructura multivariada permite introducir las covarianzas condicionales en las estructuras ARCH. Esto es de fundamental importancia para evaluar el supuesto de que el CAPM presenta covarianzas condicionales que varían a lo largo del tiempo y son determinantes de las primas de riesgo.

En el GARCH(1,1)-M multivariado, se asume en particular que cada covarianza depende de los shocks aleatorios y de sus propios valores pasados. Así, los agentes económicos formarían sus estimativas de promedios y covarianzas de los rendimientos en cada período, utilizando las "nuevas" sorpresas reveladas en el rendimiento de los activos en el período inmediatamente anterior. El aprendizaje de los agentes sobre la matriz de varianza-covarianza ocurriría solamente a través de la información contenida en el rendimiento de los activos.

La parametrización de modelos ARCH y GARCH multivariados es problemática debido al elevado número de inversión de matrices que es necesario en cada paso del proceso iterativo de estimación³. En este contexto Bollerslev (1990) sugiere algunas hipótesis simplificadoras, proponiendo una versión del modelo multivariado, en el cual las varianzas y covarianzas condicionales continúan variables en el tiempo. Sin embargo, se asume que la estimación de cada una de las varianzas condicionales puede ser bien aproximada por la estimación de un modelo GARCH (1,1) univariado y, que las correlaciones condicionales son constantes, de tal forma que todas las variaciones de las covarianzas condicionales a lo largo del tiempo, se deben a cambios en las dos varianzas condicionales correspondientes. El sistema de ecuaciones (6) formaliza las ideas presentadas.

$$(6) y_{it} = A_i + \delta \sum_j w_{jt} h_{ijt} + e_{it}$$

$$h_{iit} = \tau_i + \alpha_i e_{it-1}^2 + \beta_i h_{iit-1}$$

$$h_{ijt} = r_{ij} (h_{iit} h_{jtt})^{1/2}, \quad i \neq j$$

con $i, j = 1, 2, \dots, N$; $e_t / I_{t-1} : N(0, H_t)$, y $r_{ij} = \text{CORR}(e_{it} e_{jt} / I_{t-1})$

donde: Y_{it} , w_{jt} , H_t , son definidos como en (5).

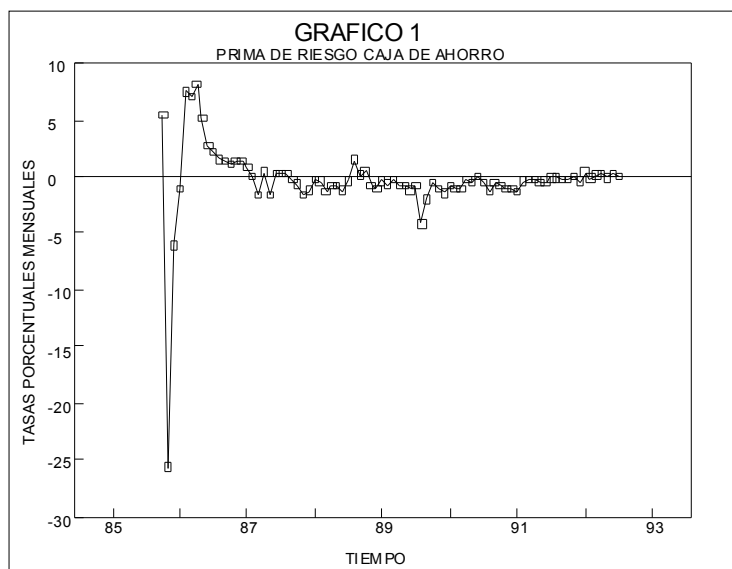
A_i , τ_i , α_i , β_i y r_{ij} son vectores de constantes, e_{it} es un vector $N \times 1$ de residuos aleatorios heterocedásticos y N es el número total de activos. Como fue mencionado anteriormente, la estimación de cada una de las varianzas condicionales será aproximada por un modelo GARCH (1,1) univariado. Las correlaciones condicionales son asumidas constantes, de tal forma que las variaciones de las covarianzas condicionales a lo largo del tiempo serán debidas a los cambios en las dos varianzas condicionales correspondientes. Por último, el sistema de ecuaciones simultáneas para las primas de riesgo podrán ser estimadas como un modelo de regresiones aparentemente no correlacionadas ("SUR-Seemingly Unrelated Regressions") con restricción. El CAPM no es rechazado cuando la prima de riesgo depende solamente del riesgo sistemático, y esto ocurre para: $A_i = 0$ y $\delta \neq 0$.

¡Error! Marcador no definido. 5. DESCRIPCION Y COMPORTAMIENTO DE LOS DATOS

³ Ver a este respecto Bollerslev y otros (1988).

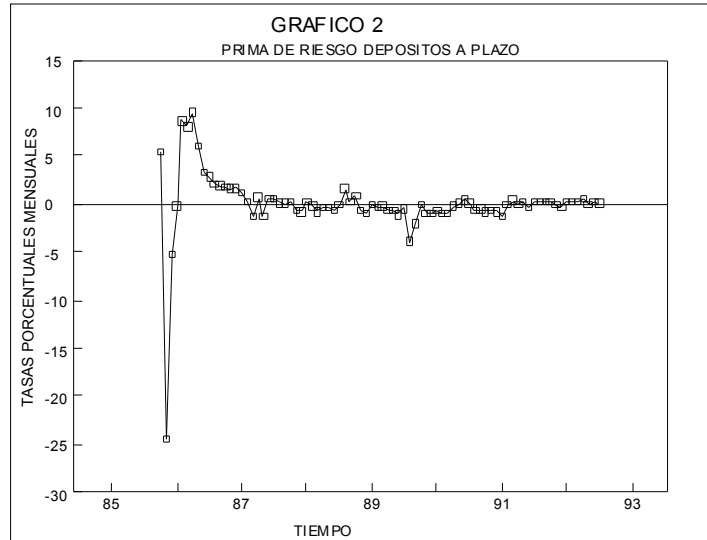
La muestra está constituida por las tasas mensuales de interés de las cajas de ahorro en moneda nacional, de los depósitos a plazo fijo en moneda nacional y extranjera, esta última ajustada por la depreciación del tipo de cambio⁴, proporcionadas por el Banco Central de Bolivia. El período cubierto es octubre de 1985 a junio de 1992, con un total de 82 observaciones. Se asume la tasa de rendimiento en los depósitos a plazo fijo en moneda extranjera como aquella sin riesgo, siendo que la rentabilidad de la cartera de mercado es computada a través de un promedio ponderado simple de los rendimientos de la caja de ahorro y depósitos a plazo fijo en moneda nacional, con la misma ponderación para los dos activos⁵.

Los excesos de rendimiento real de la caja de ahorro y depósitos a plazo en moneda nacional sobre el rendimiento de los depósitos en moneda extranjera tienen un comportamiento más volátil al inicio del período estudiado, presentando una mayor estabilidad principalmente a partir de 1987, como puede ser observado en los gráficos 1 y 2.



⁴ Para realizar el cálculo de la depreciación del tipo cambio, se considera el tipo de cambio nominal mensual de ajuste de las cuentas bancarias.

⁵ Dado el supuesto en este trabajo de que todos los activos considerados tienen el mismo peso en la cartera de mercado, $w_{jt} = 1/2$, $j=1,2$ para cualquier t , en (6).



Como se puede apreciar por los gráficos, en las series de exceso de rendimiento presentadas se encuentra, aparentemente, un fenómeno que es una de las características de las variables financieras: grandes variaciones tienden a ser seguidas por grandes variaciones, de cualquier señal, y pequeñas por pequeñas.

Como los modelos ARCH utilizan el cuadrado de los errores de previsiones pasadas para prever varianzas futuras, pueden ser utilizados para explicar este fenómeno. En estos modelos, las varianzas condicionales varían en el tiempo y esta variación está relacionada con variables conocidas de períodos precedentes.

¡Error! Marcador no definido.

6. RESULTADOS EMPIRICOS DEL MODELO ECONOMETRICO

La estimación del modelo (6) es el siguiente: (estadísticos t entre paréntesis)⁶:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.42 \\ (-1.08) \\ -.10 \\ (-.25) \end{bmatrix} + .01 \sum W_{jt} \begin{bmatrix} h_{1jt} \\ h_{2jt} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

donde : $h_{11t} = .23 + .98e_{1t-1}^2 + .19h_{11t-1}$

(1.88) (6.75) (1.18)

⁶ La estimación de los GARCH(1,1) para cada una de las varianzas condicionales fue efectuada a través del programa EZARCH, versión 2.21 de Victor Ng. El sistema de excesos de rendimiento fue estimado a través del programa RATS, versión 4.00 de Loan/Litterman.

$$h_{22t} = .07 + 1.09e_{2t-1}^2 + .28h_{22t-1}$$

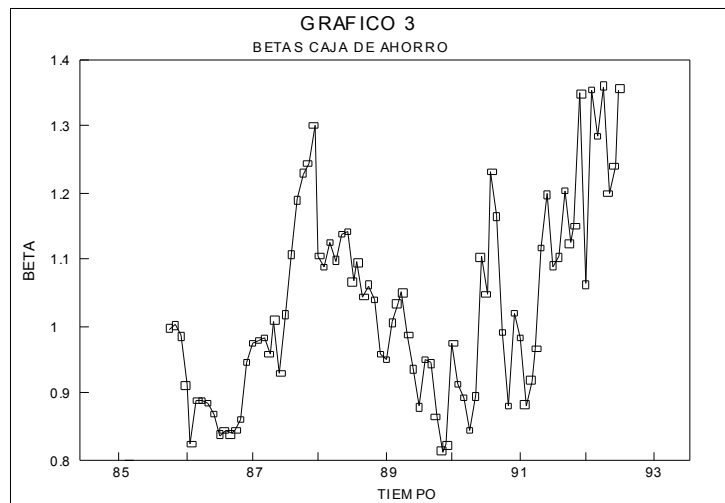
(.92) (5.96) (1.95)

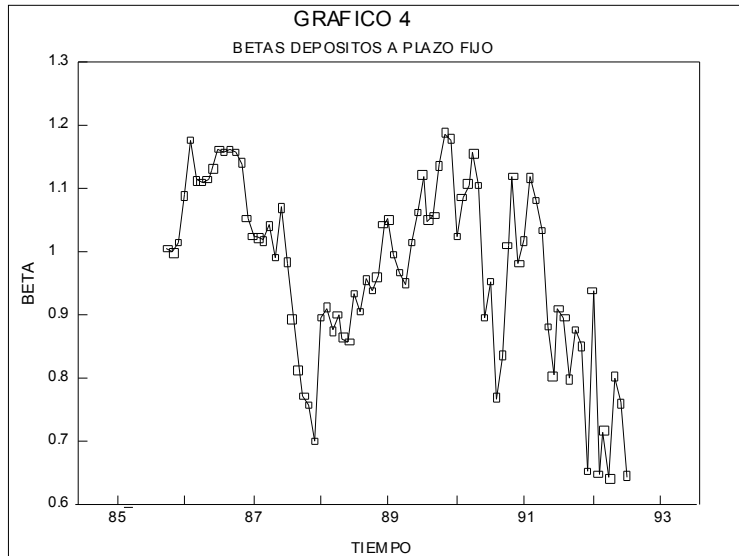
$$h_{12t} = 0.9(h_{11t}h_{22t})^{1/2}$$

y $i=1,2$ es respectivamente caja de ahorro y depósitos a plazo fijo en moneda nacional. El valor estimado para δ , .01, es estadísticamente significativo al nivel de significancia del 5%. Cuatro de los seis parámetros estimados de las estructuras GARCH(1,1) son estadísticamente significativos al nivel de 5%. Como la suma $\alpha+\beta$ de las ecuaciones de las estructuras GARCH(1,1) exceden a la unidad, no se puede rechazar el supuesto de que el proceso para las varianzas condicionales sea un IGARCH(1,1)-"Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heterocedastic", conforme Bollerslev y Engle(1986). En estos modelos tanto el segundo como cuarto momento incondicional no existirían, pero la distribución condicional sería, todavía, bien definida como lo demuestran Bollerslev y Engle (1986). Además Nelson (1990) prueba que el IGARCH(1,1) como el estimado en este trabajo es estrictamente estacionario.

Como los términos constantes de las ecuaciones de exceso de rendimiento no son estadísticamente significativos al nivel de 5%, el modelo de CAPM teórico no puede ser rechazado, de tal forma que las evidencias empíricas proporcionadas en este trabajo son favorables al modelo presentado.

En los gráficos 3 y 4 se presentan los betas estimados (riesgo sistemático), reflejando una acentuada volatilidad en el riesgo sistemático de los dos activos (caja de ahorro y depósitos a plazo fijo en moneda nacional) a lo largo del período muestral considerado. Se puede apreciar que la caja de ahorro contribuye inicialmente con un menor riesgo para la cartera de mercado (beta inferior a 1) en los primeros años después de la estabilización económica de 1985, incrementando su contribución de riesgo al final del período considerado. Los depósitos a plazo fijo presentan un comportamiento opuesto.





7. CONCLUSIONES

Los resultados encontrados en este trabajo muestran que las primas de riesgo de los activos considerados (caja de ahorro y depósitos a plazo fijo en moneda nacional) son significativamente influenciados por las covarianzas condicionales de los rendimientos, que varían a lo largo del tiempo. Los betas implicados son también variables en el tiempo.

Las evidencias encontradas en este trabajo indican así, que el "Capital Asset Pricing Model"-CAPM no puede ser rechazado como un modelo de evaluación de precios de activos, en el mercado financiero boliviano, en el período de octubre de 1985 a junio de 1992. En este contexto, el riesgo sistemático (beta) sería la medida de riesgo relevante para explicar las primas de riesgo en la economía boliviana. Sería interesante verificar la sensibilidad de estos resultados a la elección de la cartera de mercado. Es posible que definiciones más amplias de mercado alteren los resultados encontrados.

Puede también ser interesante, verificar si otras variables son significativas para determinar las primas de riesgo en el mercado financiero boliviano. Entre algunas de las variables que son mencionadas en la literatura de Finanzas se destacan la tasa de inflación, varianza de los rendimientos y rezagos de las propias primas de riesgo. Encontrar evidencias a favor de alguna de estas variables en explicar las primas de riesgo afectarían las conclusiones de este trabajo, de que el CAPM teórico puro es un modelo adecuado para explicar las primas de riesgo en Bolivia y podría favorecer a otras formulaciones teóricas como la "Arbitrage Price Theory"- APT de Ross/Roll, que propone la existencia de varios factores en la explicación de las primas de riesgo. Estas posibles extensiones al trabajo son dejadas para investigaciones futuras.

BIBLIOGRAFIA

- BODIE, Z.; KANE, A.; MACDONALD, R. 1984. "Why Haven't Nominal Interest Rates Declined?". Financial Analyst Journal. 40: 16-27. Mar/Abr.
- BOLLERSLEV, T. 1986. "Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity". Journal of Econometrics. 31: 307-27. Abril.
- _____. 1990. "Modelling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model". The Review of Economics and Statistics. 3: 498-505. Agosto.
- _____; ENGLE, R.; WOOLDRIDGE, J. 1988. "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances". Journal of Political Economy. 96(1): 116-131.
- ENGLE, R. 1982. "Autoregressive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation". Econometrica. 50: 987-1007. Julio.
- _____; BOLLERSLEV, T. 1986. "Modelling the Persistence of Conditional Variances". Econometric Review. 5(1): 1-50.
- FAMA, E. 1976. "Foundations of finance". Basic Books.
- JENSEN, M. 1972. "Capital Markets: Theory and Evidence". Bell Journal of Economic and Management. 3: 357-98.
- LINTNER, J. 1965. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets". Review of Economics and Statistics. 47: 13-37. Febrero.
- LUCAS, R. 1976. "Econometric Policy Evaluation a Critique" In Lucas, R. "Studies in Business Cycles". MIT Press, pag. 104-30.
- MARKOWITZ, M. 1952. "Portfolio Selection". Journal of Finance. 7: 77-91. Marzo.
- NELSON, D. 1990. "Stationary and Persistence in the GARCH (1,1) Model". Econometric Theory. 6: 318-34.
- ROSS, S. 1978. "The Current Status of the Capital Asset Pricing Model (CAPM)". Journal of Finance. 33: 885-901. Junio.
- SCHWERT, W. 1983. "Size and stock returns, and other empirical regularities". Journal of Financial Economics 12:3-12. Junio.
- SHARPE, W. 1964. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". Journal of Finance. 19: 425-42. Septiembre.