

# PRIMAS DE RIESGO VARIABLES EN LA POST ESTABILIZACION EN BOLIVIA

Eduardo Antelo

## 1. INTRODUCCION

Como el grado de incertidumbre en el rendimiento de los activos financieros varía a lo largo del tiempo, la compensación requerida por agentes económicos con aversión al riesgo para poseer aquellos activos debe también ser variable. Modelos de series temporales de precios de activos deben, por tanto, medir el riesgo y su movimiento a lo largo del tiempo e incluirlo como determinante del precio. Cualquier aumento en la tasa de rendimiento esperada de un activo cuando éste se vuelve más riesgoso será identificada como prima de riesgo.

Durante el período 1984-85 la economía boliviana sufrió un proceso hiperinflacionario. Como indican Dornbusch y Fischer (1986), elevadas tasas reales de interés ex-post generalmente están presentes después de las hiperinflaciones. Se sostiene que elevadas tasas de interés siguen a una hiperinflación debido a la escasez de dinero, en función de un rápido incremento en la demanda de dinero, que sigue a la estabilización. Según Sachs (1986), para la experiencia boliviana, las elevadas tasas de interés presentes al comienzo de la estabilización, reflejaban expectativas de rebrote inflacionario, siendo atribuidas principalmente al miedo de depreciación del tipo de cambio, pues las tasas de interés en dólares eran bajas relativamente a las tasas en bolivianos. Cuando la estabilización se consolida se espera una reducción en las tasas de interés.

De esta forma, la precisión con la cual los agentes económicos pueden prever el futuro varía significativamente a lo largo del tiempo. En períodos relativamente volátiles, con mayor incertidumbre, como el período inmediatamente posterior a la estabilización de la economía boliviana, las previsiones son menos ciertas y especular con el futuro es arriesgado. En períodos relativamente calmos, principalmente después de 1988, previsiones relativamente precisas pueden ser hechas y los agentes especulan con el futuro absorbiendo menores riesgos. La prima de riesgo, por tanto, se debe ajustar para inducir a los inversores a tolerar incertidumbres mayores o menores asociadas a la posesión de activos con riesgo.

El principal argumento de este trabajo es que primas variables en el tiempo, de títulos de diferentes vencimientos, pueden ser modeladas como primas de riesgo, donde se supone que el riesgo es debido a movimientos no anticipados de las tasas de interés y así es medido por la varianza condicional del rendimiento de poseer el título por un período.

El modelo "Autoregresive Conditional Heterocedastic" (ARCH), introducido en la literatura econométrica por Engle (1982), modela explícitamente varianzas condicionales variables en el tiempo, relacionándolas a variables conocidas de períodos anteriores. En su forma básica, el modelo ARCH expresa la varianza condicional como una función lineal del cuadrado de las innovaciones pasadas. En los mercados donde el precio sigue un proceso "martingale", cambios de precios son innovaciones y, esto corresponde precisamente a la observación de Mandelbrot (1963): grandes cambios tienden a ser seguidos por grandes cambios -de cualquier señal- y pequeños por pequeños. El modelo ARCH es usado para proporcionar una rica clase de parametrizaciones posibles para la heterocedasticidad.

El trabajo se divide de la siguiente manera. En la segunda sección se presenta un modelo que relaciona riesgo con rendimiento. La tercera trae una reseña sobre los modelos ARCH. Los datos son introducidos en la cuarta sección, donde se realizan también tests preliminares. En la quinta sección son estimados los modelos y, finalmente en la sexta son presentadas las principales conclusiones del trabajo.

## 2. PRIMAS DE RIESGO VARIABLES EN LAS TASAS DE INTERES

Agentes económicos con aversión al riesgo requieren compensaciones para poseer activos con riesgo. En un modelo simple de un activo con riesgo, cuyos rendimientos son normalmente distribuidos y un activo sin riesgo, el riesgo es medido por la varianza de los retornos de poseer el activo con riesgo, y es la compensación por el aumento en la expectativa de rendimiento.

La relación entre el promedio y la varianza de los rendimientos que aseguran que el activo sea poseído en equilibrio depende de la función de utilidad de los agentes y las condiciones de oferta de los activos. Se utiliza un modelo desarrollado por Engle, Lilien y Robins(1987) para indicar cómo se determinan las relaciones entre riesgo y rendimiento<sup>1</sup>.

Considérese una economía con dos activos, uno con precio unitario y oferta perfectamente elástica con una tasa de rendimiento cierto  $r$ , y el otro con un precio igual a  $p$ , que produce una tasa de rendimiento aleatoria  $z$  (denominado en unidades de numerario), con promedio  $\Theta$  y varianza  $\phi$ . La riqueza  $W$ , medida en unidades del activo sin riesgo se distribuye entre el activo con rendimiento cierto  $c$  y el activo con riesgo  $s$ , tal que:

$$(1) \quad W = ps + c,$$

El exceso de rendimiento por boliviano invertido en el activo con riesgo es:

$$(2) \quad y = (z/p) - r,$$

tal que el promedio y la varianza del exceso de rendimiento sean:

$$(3) \quad E(y) = \mu = (\Theta/p) - r, \quad V(y) = \sigma^2 = \phi/p^2,$$

Los agentes maximizan la utilidad esperada de la riqueza a fin de período, lo que suponiendo normalidad de los rendimientos, significa que solamente los dos primeros momentos de la distribución de probabilidad interesan.

Suponiendo que la aversión absoluta al riesgo es constante, la utilidad esperada puede ser representada por:

$$(4) \quad EU = 2E(zs+rc) - bV(zs+rc),^2$$

---

<sup>1</sup> Para un análisis más detallado consultar el documento citado.

<sup>2</sup> Esta relación está basada en la regla de "rendimiento esperado -varianza de los rendimientos" de Harry Markowitz, donde se asevera que el inversor considera el rendimiento esperado como algo deseable y la varianza del rendimiento como algo indeseable, de tal forma que  $b > 0$ .

y será maximizada escogiendo:

$$(5) \quad s_p = \mu / (b\sigma^2),$$

suponiendo además que  $\phi$  tiene un subíndice temporal, siendo conocido por los agentes pero no por el economista, entonces los valores de equilibrio para  $p$ ,  $\mu$ ,  $\sigma^2$  y  $s$ , también serán variables en el tiempo. Si en equilibrio el valor del activo con riesgo permanece constante, entonces el rendimiento promedio será proporcional a la varianza de los rendimientos, dado que  $s_t p_t$  en (5) es constante.

Asumiendo adicionalmente que  $s_t = s$  y que  $r$  es fijo, entonces el equilibrio puede ser reescrito como:

$$(6) \quad \mu^2_t + \mu_t r_t = b s \sigma^2_t \Theta,$$

y eliminando los subíndices:

$$(7) \quad \mu = [-r + (r^2 + 4bs\sigma^2\Theta)^{1/2}] / 2,$$

tal que el promedio será cero cuando la varianza es nula, la inclinación es siempre positiva, y para varianzas elevadas el promedio es proporcional a la desviación estándar. Así si  $\phi$  varía en el tiempo, pero  $r$ ,  $s$  y  $\Theta$  no, el economista debe esperar ver la relación entre promedios y varianzas de los retornos observados, que se mueven en la misma dirección, pero no proporcionalmente.

Por tanto, se puede esperar una relación positiva entre el promedio y la varianza, siendo que la relación precisa es determinada por la elasticidad de oferta del activo de riesgo y las preferencias de riesgo de los agentes.

Dado  $\mu_t$  ser la prima de riesgo,  $y_t$  el rendimiento en exceso por poseer un título de largo plazo en relación a uno de corto y  $e_t$  la diferencia entre la tasa de rendimiento ex-ante y ex-post, que en los mercados eficientes es imprevisible:

$$(8) \quad y_t = \mu_t + e_t,$$

con  $\text{VAR}(e_t/\text{para toda la información disponible}) = h_t$ .

Se supone también que el riesgo por poseer un activo de largo plazo, no puede ser diversificado en el mercado de activos boliviano, de tal forma que solamente la varianza interesa.

El modelo final presentará dos formas a ser testeadas:

- El promedio como una función lineal de la varianza:

$$(9) \quad \Theta_t = \beta + \delta h_t.$$

- El promedio como una función lineal de la desviación estándar:

$$(10) \quad \Theta_t = \beta + \delta h_t^{1/2}.$$

### 3. MODELOS ARCH Y GARCH

Dado que  $y_t$  se refiere a un proceso estocástico univariado discreto en el tiempo, su promedio condicional en función a la información disponible en  $t-1$  está dado por:

$$(11) E_{t-1}(y_t) = \mu_t.$$

El proceso de innovación  $e_t$ , para el promedio condicional es :

$$(12) e_t = y_t - \mu_t,$$

con la correspondiente varianza incondicional:

$$(13) \text{VAR}(e_t) = E(e_t^2) = h.$$

En cuanto la varianza incondicional es asumida como invariable en el tiempo, la varianza condicional del proceso dependerá de la información condicionada, tal que:

$$(14) \text{VAR}(y_t) = E_{t-1}(e_t^2) = h_t .$$

Es importante notar que tanto  $\mu_t$  como  $h_t$  son mensurables con relación al conjunto de información en el período  $t-1$ , y se las supone finitas con probabilidad unitaria.

También se define

$$(15) v_t = e_t^2 - h_t$$

similar al proceso de innovación para el promedio condicional.  $v_t$  es serialmente no correlacionado en el tiempo, con promedio cero, y puede ser interpretado como la innovación en el tiempo  $t$  para la varianza condicional.

Considerando ahora, el siguiente proceso generador de datos:

$$(16) y_t = B'X_t + e_t$$

donde:  $e_t/I_{t-1}$  es  $N(0, h_t)$

donde  $X_t$  es un vector de variables que puede incluir variables dependientes rezagadas y variables exógenas contemporáneas y  $I_{t-1}$  es el conjunto de información en el período  $t-1$ .

Algunas veces la descripción de la relación entre la varianza condicional de  $e_t$ ,  $h_t$  y la historia pasada de variables como  $y_t$  y  $X_t$  puede tener más importancia. Esto es más evidente en el caso de la econometría financiera donde  $h_t$  es usualmente observado como uno de los principales determinantes de la prima de riesgo.

Ha surgido así, una sustancial investigación en modelos paramétricos para  $h_t$  . El "guía" de este tipo de especificación paramétrica es el modelo ARCH de Engle(1982) :

$$(17) \quad h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j e_{t-j}^2$$

Los parámetros  $\alpha_j$  ( $j=0,1,2,\dots,q$ ) deben ser no negativos y pueden ser estimados por máxima verosimilitud. La diferencia de este modelo (ecuaciones 16 y 17) y un modelo de mínimos cuadrados usual es que el término de error no es una secuencia aleatoria independiente idénticamente distribuida (i.i.d), al contrario sigue una representación ARCH(q).

Es importante señalar que la varianza condicional es una variable aleatoria, en cuanto que la varianza incondicional  $E(h_t)$  es una constante ( $\alpha_0 / (1 - \sum_{j=1}^q \alpha_j)$ ). Perturbaciones hacen que la varianza condicional sea diferente de la varianza incondicional.

La mayor parte del trabajo en esta área estuvo preocupado con la especificación de modelos. Esto significó extensiones del modelo ARCH, para obtener una mejor representación de los datos.

Bollerslev (1986) propone el modelo ARCH generalizado (GARCH) adicionando valores rezagados de  $h_t$ . Un modelo GARCH(p,q) puede ser definido como:

$$(18) \quad h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{j=1}^q \alpha_j e_{t-j}^2$$

donde  $\alpha_0 > 0$ ,  $\beta_j \geq 0$  y  $\alpha_j \geq 0$  es suficiente para garantizar que el proceso sea bien definido. Engle y Bollerslev (1986) extendieron la clase de modelos ARCH, definiendo los modelos GARCH integrados (IGARCH), requiriendo que en la ecuación (18)  $\sum \beta_j + \sum \alpha_j = 1$ .

Engle, Lilien y Robins(1987) extienden el modelo ARCH para permitir que la varianza condicional sea determinante del promedio, y llaman este modelo de ARCH-M(mean) :

$$(19) \quad y_t = B + \delta h_t + e_t, \quad e_t | I_t \text{ es } N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j e_{t-j}^2$$

En este trabajo será utilizado el modelo GARCH-M, que puede ser visto como una extensión al modelo GARCH, adicionando la varianza condicional como variable explicativa en la ecuación del promedio:

$$(20) \quad y_t = B + \delta h_t + e_t,$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{j=1}^q \alpha_j e_{t-j}^2$$

Este modelo, así como el modelo ARCH-M, puede ser visto como la implementación econométrica del análisis promedio-varianza en finanzas. Si la evolución de la varianza del rendimiento puede ser razonablemente aproximada por el GARCH, entonces el modelo GARCH-M proporciona un instrumental unificado para estimar la volatilidad y la prima de riesgo variable en el tiempo.

La estimación del modelo es conseguida a través del método de máxima verosimilitud. Dado  $\Phi$  ser el vector de parámetros en las ecuaciones de promedio y varianza, con una muestra de T observaciones, la función de log-verosimilitud es (sin la constante) dada por:

$$(21) \quad L_T(\Phi) = \sum_{t=1}^T \log f_t(\Phi),$$

$$f_t(\Phi) = -1/2(\log h_t - e_t^2 h_t^{-1})$$

Estimaciones de máxima verosimilitud de  $\Phi$  pueden ser obtenidas por el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (BHHH). Para cada paso la estimación de los parámetros es dada por:

$$(22) \quad \Phi^{i+1} = \Phi^i + \Gamma_i (S'S)^{-1} S_i.$$

Donde S, la matriz "scoring", es evaluada en  $\Phi^i$ , y  $\Gamma_i$  controla la duración (el tamaño) del paso por maximizar la verosimilitud en una dirección dada. El vector direccional puede ser obtenido por la regresión de mínimos cuadrados ordinarios del vector unitario  $i$  ( $T \times 1$ ) en la matriz "scoring". Al contrario de encontrar derivadas analíticas, derivadas numéricas son calculadas para los "scores", proporcionando una flexibilidad extra a cambios en las especificaciones.

Procedimientos estándar de inferencia están disponibles para el modelo GARCH-M. El test del multiplicador de Lagrange (LM) es particularmente atrayente si la estimación sobre una hipótesis alternativa es complicada, pues requiere solamente la estimación

sobre la hipótesis nula. Suponiendo normalidad asintótica para el estimador de máxima verosimilitud, el test LM puede ser construido como:

$$(23) \text{ LM} = i'S(S'S)^{-1}S'i, \text{ que es una } X^2(k),$$

con  $k$  representando el número de restricciones. Por este test pueden ser evaluadas ordenes mayores de las especificaciones GARCH. El estadístico es computado como  $TR^2$  del primer paso de la interacción de mínimos cuadrados del algoritmo de BHHH, para el modelo general con valores iniciales del parámetro dados por las estimaciones sobre la hipótesis nula. Este test estadístico será usado para testear la especificación GARCH(1,2)-M como alternativa a mantener la especificación GARCH(1,1)-M.

Si las estimaciones son hechas tanto sobre la hipótesis nula como la alternativa, estadísticos de razón de verosimilitud pueden ser obtenidos por:

$$(24) \text{ LR} = -2( L_T(\Phi_0) - L_T(\Phi_a) ), \text{ que se distribuye como } X^2(k),$$

con  $\Phi_0$  y  $\Phi_a$  estimadas respectivamente sobre la hipótesis nula y la alternativa. Este test será utilizado en este trabajo para testear si el promedio y la varianza condicional son efectivamente variables en el tiempo.

#### **4. DATOS Y TESTS PRELIMINARES**

Son utilizadas las tasas de interés pasivas de las cuentas de ahorro en moneda nacional, para representar la operación de corto plazo, y de los depósitos a plazo fijo en moneda nacional, para representar el título de largo plazo, proporcionados por el Banco Central de Bolivia para el período octubre 1985 a junio de 1992, con un total de 81 observaciones.

El promedio muestral del rendimiento excedente de los depósitos a plazo fijo sobre el rendimiento de la caja de ahorro es 0.4 por ciento y su desviación estándar es 0.31 por ciento. La diferencia máxima ocurre en marzo de 1986 (1.4 por ciento) y la mínima en julio de 1987 (-0.15 por ciento).

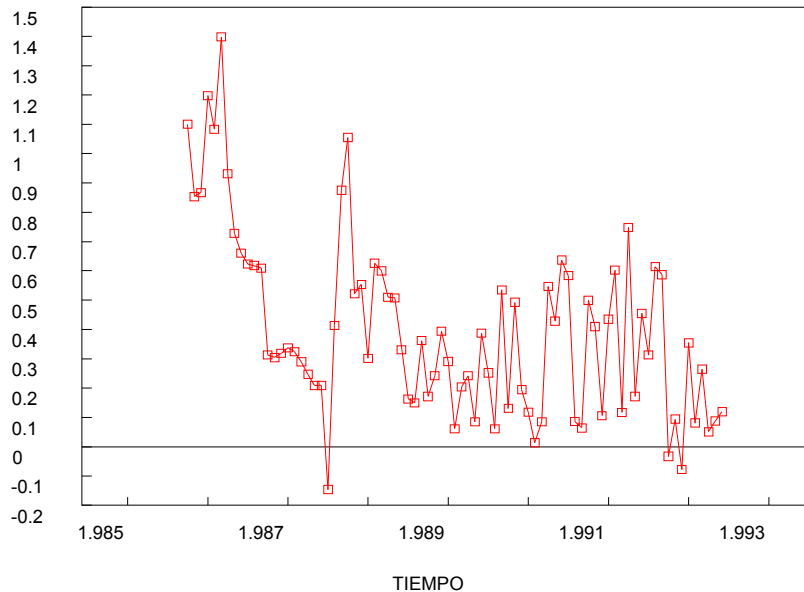
La serie presenta una mayor volatilidad en su inicio y una relativa estabilidad posterior como puede ser verificado en el gráfico 1. En este gráfico se encuentra aparentemente un fenómeno que es una de las características de las variables financieras: grandes variaciones tienden a ser seguidas por grandes variaciones, de cualquier señal, y pequeñas por pequeñas.

Como los modelos ARCH utilizan el cuadrado de los errores de previsiones pasadas para prever varianzas futuras pueden ser utilizados para explicar este fenómeno. En estos modelos las varianzas condicionales varían en el tiempo y esta variación está relacionada con variables conocidas de períodos precedentes.

Antes de proceder al análisis utilizando el modelaje ARCH, son realizados tests de estacionalidad sobre la serie de rendimiento excedentario.

## GRAFICO 1. RENDIMIENTO EXCEDENTARIO

TASAS PORCENTUALES MENSUALES



Un proceso estocástico que presenta promedio y varianza independientes del tiempo y covarianzas dependiendo de la diferencia entre instantes de tiempo (longitud de tiempo) es llamado estacionario. Series cuyos momentos (primero y/o segundo) no son independientes del tiempo son no estacionarias y se debe tomar diferencias de algún orden para inducir la estacionariedad. Una serie es llamada integrada de orden  $d$  y denotada por  $I(d)$  si para ser estacionaria, es necesario tomar diferencias de orden  $d$ . Cuando  $d=1$  el proceso generador es camino aleatorio, denotado por  $I(1)$  y definido por:

$$(25) Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = \varepsilon_t, Y_0 = 0$$

donde  $\varepsilon_t$  es  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Si por el contrario,  $y_t$  fue generado por un proceso autoregresivo, tal que:

$$(26) \Delta Y_t = \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

entonces  $y_t$  será estacionario, o  $I(0)$ .

Para testear la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria ( $\alpha=0$ ) se utiliza el estadístico ADF ('Augmented Dickey Fuller') en tres versiones, que corresponden a los estadísticos  $t$  (sobre la hipótesis nula  $H_0 : \alpha=0$ ) de los siguientes modelos:



$$(27) \quad \Delta Y_t = \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \tau_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

$$(28) \quad \Delta Y_t = \nu + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \tau_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

$$(29) \quad \Delta Y_t = \nu + \beta t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \tau_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

El test (27) corresponde al caso en que tanto el "drift" como la tendencia son nulos, implicando un modelo de paseo aleatorio puro (sobre la hipótesis nula). El (28) describe un modelo con "drift" pero sin tendencia y el (29) un modelo más general, con "drift" y tendencia.

Los modelos deben incluir tantos rezagos de la variable  $\Delta Y_t$  cuantos fueren necesarios para obtener errores independientes idénticamente distribuidos (inovaciones que satisfacen la condición de variables aleatorias).

Como las pruebas de Dickey-Fuller están diseñadas para detectar la existencia de una raíz unitaria cuando el proceso que generó la serie observada es puramente autoregresivo, será utilizada también el estadístico de Phillips-Perron que es más general, en el sentido de que los residuos pueden tener una estructura ARIMA.

A continuación en el Cuadro 1 se presentan los valores de los tests de raíz unitaria<sup>3</sup>.

**CUADRO 1. TEST DE RAZ UNITARIA: RENDIMIENTO EXCEDENTARIO (DEPOSITOS A PLAZO FIJO - CAJA DE AHORRO)**

estadístico/ecuación	27	28	29
ADF	-2.99	-4.63	-5.36
Phillips-Perron	-3.49	-4.69	-5.46
valores críticos (1%)	-2.60	-3.51	-4.04
(100 obs, ver Fuller, 1976)			

El número de rezagos fue escogido de tal forma que se encuentren residuos estacionarios en la regresión aumentada al nivel de 5 por ciento. Para rechazar la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria, es necesario que los estadísticos encontrados presenten un valor inferior al valor crítico.

En todos los casos se verifica el rechazo de  $H_0$  existencia de raíz unitaria al nivel de significancia de 1 por ciento, tanto por los estadísticos ADF, como los de Phillips-Perron.

<sup>3</sup> Calculados con el programa RATS, versión 4.00.

## 5. ESTIMACION DE LOS MODELOS<sup>4</sup>

En esta sección se presentan los resultados. Se pretende determinar si existe una relación positiva entre la prima de riesgo de las tasas de interés y medidas de riesgo total: varianza condicional y desviación estándar. No obstante los modelos GARCH(p,q)-M abarcan varias estructuras dinámicas, estudios empíricos frecuentemente sugieren la estructura GARCH(1,1) como adecuada para modelar la varianza condicional. De tal manera que iniciaremos las estimaciones con la especificación GARCH(1,1)-M.

### 5.1. Varianza como Medida de Riesgo Total

El modelo estimado es el siguiente:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 h_t + e_t$$

$$h_t = \alpha_3 + \alpha_4 h_{t-1} + \alpha_5 e_{t-1}^2$$

donde  $e_t | I(t-1)$  es  $N(0, h_t)$ .

Los resultados son:

$$y_t = .18 + 2.89h_t$$

(3.76) (2.60)

$$h_t = .01 + .63h_{t-1} + .22e_{t-1}^2$$

(1.62) (4.13) (2.11)

---

<sup>4</sup> Las estimaciones fueron proporcionadas por el programa EZARCH versión 2.21. Los valores entre paréntesis representan el estadístico t. LM es el test de multiplicador de Lagrange y tiene una distribución  $X^2$ . LR es el test de razón de verosimilitud, también con una distribución  $X^2$ . "Skewness" es el tercer momento sobre el promedio, para una distribución normal, el coeficiente es cero y su desviación estándar es dada por  $(6/N)^{1/2}$ , donde N es el número de observaciones (en este trabajo su valor es 0.27). "Kurtosis" representa el cuarto momento y tiene el valor 3 para datos de una distribución normal, su desviación estándar es dada por  $(24/N)^{1/2} = 0.55$ . Los tests de Ljung-Box determinan la existencia de correlación serial de hasta décimo segundo orden en los residuos normalizados ( $e_t/h_t^{1/2}$ ) y los residuos normalizados al cuadrado ( $e_t^2/h_t$ ). Este último test es para mostrar evidencias de autocorrelación en las varianzas condicionales no captadas por el modelo GARCH. Los valores críticos de  $X^2$ , para 1, 3 y 12 grados de libertad, al nivel de 5% son respectivamente: 3.84, 7.81 y 21.02.

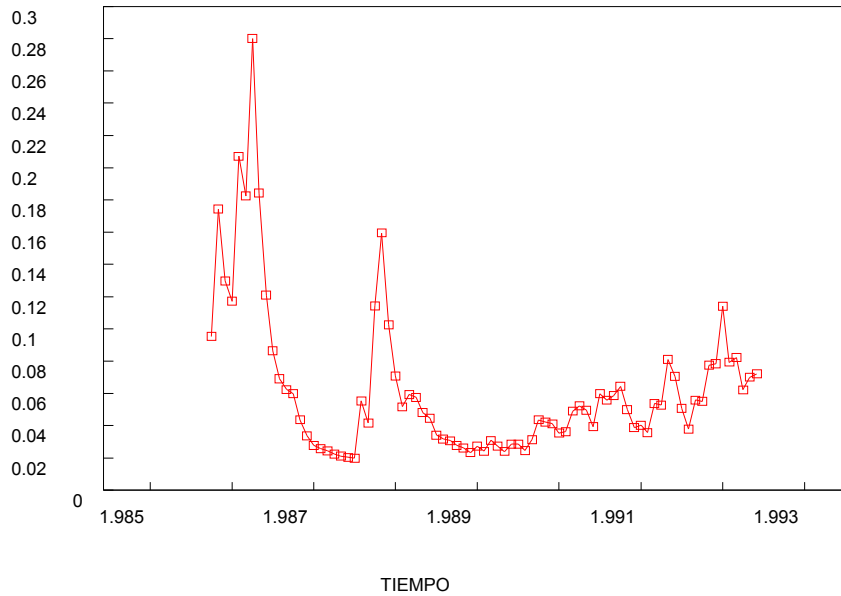
LM(1) adicionando $e_{t-2}^2$ en la ecuación de varianza	2.70
LR(3) para $H_0$ : promedio/varianza constante <input type="checkbox"/>	42.8 4 <input type="checkbox"/>
Coefficiente de Skewness para residuos normalizados <input type="checkbox"/>	0.08 <input type="checkbox"/>
Coefficiente de Kurtosis para residuos normalizados	2.76
Ljung-Box(12) para residuos normalizados <input type="checkbox"/>	12.6 5 <input type="checkbox"/>
Ljung-Box(12) para residuos normalizados-cuadrado <input type="checkbox"/>	13.0 5 <input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Los resultados encontrados son bastante razonables. Prácticamente todos los coeficientes estimados son estadísticamente significativos al nivel de 5 por ciento, excepto el elemento constante de la ecuación de la varianza condicional. En la ecuación del promedio tanto el elemento constante como el coeficiente de la varianza condicional son estadísticamente significativos. El valor no nulo para el término constante puede reflejar un resultado favorable al argumento del habitat preferido. La prima de riesgo es casi tres veces la varianza del exceso de rendimiento, indicando fuerte aversión relativa al riesgo. Las estimaciones de la ecuación de varianza implican una razonable persistencia de "shocks" a la varianza. La función respuesta de volatilidad de "shocks" cae a una tasa muy baja medida por  $\alpha_4 + \alpha_5$ , o 0.85 al mes. En relación a la especificación del modelo, el test de Multiplicador de Lagrange (LM) para GARCH(1,2)-M es insignificante al nivel de 5 por ciento, favoreciendo la especificación GARCH(1,1)-M. El supuesto de promedio/varianza constante es ampliamente rechazado por el test de razón de verosimilitud (LR) a cualquier nivel de significancia. El coeficiente de Skewness (0.08) queda a menos de una desviación estándar de la distribución normal y el de Kurtosis (2.76) también está a menos de una desviación estándar, no pudiendo ser rechazada la hipótesis de normalidad de los residuos normalizados. Finalmente, los estadísticos de Ljung-Box son inferiores al valor crítico de 5 por ciento, rechazando los supuestos de residuos autocorrelacionados o auto-correlación en las varianzas condicionales no captada por el modelo.

El gráfico 2 ilustra el comportamiento de la varianza condicional estimada. Puede ser verificado por el gráfico, que los principales picos de la serie de la varianza condicional pueden ser relacionados a los siguientes hechos: post-estabilización con elevadas tasas de interés, exceso de monetización en 85(12)/86(01) que colocó en riesgo el plan de estabilización y la crisis del sistema financiero en 1987. Todos estos hechos de cierta forma aumentaron el riesgo de los inversores.

## GRAFICO 2. VARIANZA CONDICIONAL

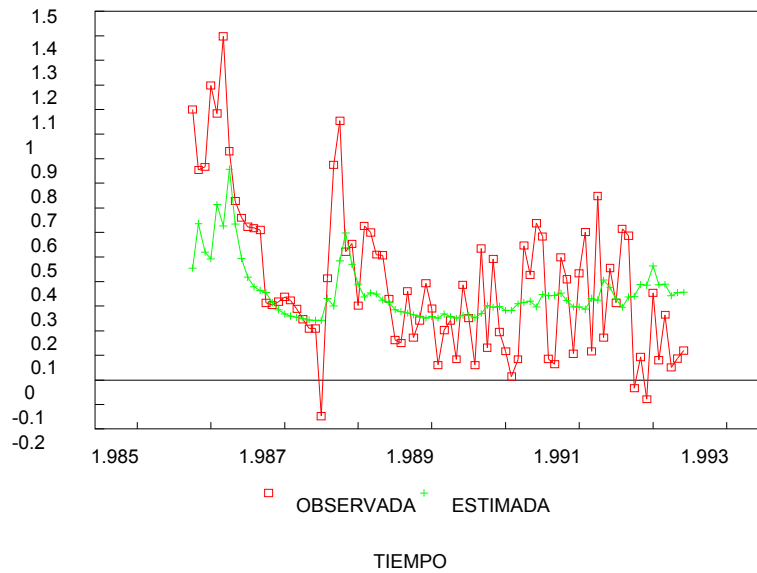
TASAS PORCENTUALES MENSUALES



Por último, en el gráfico 3 se muestra la prima de riesgo estimada por el modelo juntamente con el exceso de rendimiento observado.

## GRAFICO 3. PRIMAS ESTIMADA Y OBSERVADA

TASAS PORCENTUALES MENSUALES



### 5.2. Desviación Estándar como Medida de Riesgo Total

El modelo a estimar es:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 h_t^{1/2} + e_t$$

$$h_t = \alpha_3 + \alpha_4 h_{t-1} + \alpha_5 e_{t-1}^2$$

donde  $e_t|I(t-1)$  es  $N(0, h_t)$ .

Se encontraron los siguientes resultados:

$$y_t = .05 + 1.29h_t^{1/2}$$

(.56) (2.99)

$$h_t = .01 + .59h_{t-1} + .25e_{t-1}^2$$

(1.62) (3.50) (1.99)

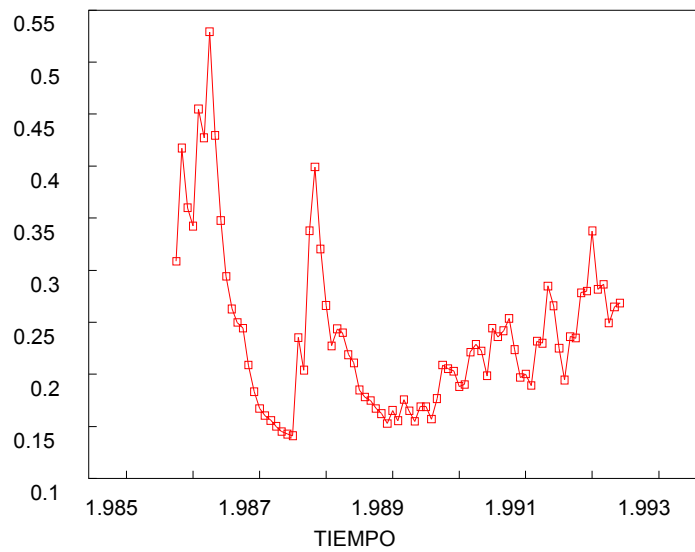
LM(1) adicionado $e_{t-2}^2$ en la ecuación de varianza	3.04
LR(3) para $H_0$ : promedio/varianza constante	42.06
Coefficiente de Skewness para residuos normalizados	0.04 <input type="checkbox"/>
Coefficiente de Kurtosis para residuos normalizados	2.73 <input type="checkbox"/>
Ljung-Box(12) para residuos normalizados	14.12 <input type="checkbox"/>
Ljung-Box(12) para residuos normalizados-cuadrado	12.60 <input type="checkbox"/>

Los elementos constantes, tanto de la ecuación de promedio como de la varianza no son estadísticamente significativos. Todos los otros coeficientes son estadísticamente significativos. La prima de riesgo es 1.28 veces la desviación estándar y las estimaciones de la ecuación de varianza implican nuevamente una persistencia razonable (0.84 al mes). En relación a la especificación del modelo los tests son también favorables. El LM favorece a la especificación GARCH(1,1)-M. El LR muestra significativamente que el promedio y varianza condicional son variables en el tiempo. Los coeficientes de Skewness y Kurtosis no rechazan la normalidad de los residuos normalizados y los de Ljung-Box no encuentran evidencia de autocorrelación de los residuos o autocorrelación de las varianzas condicionales no captada por el modelo.

El gráfico de la desviación estándar estimada tiene un comportamiento bastante semejante al anterior de la varianza condicional y los resultados de la prima de riesgo estimada se ajustan razonablemente a los valores observados. (Ver gráficos 4 y 5).

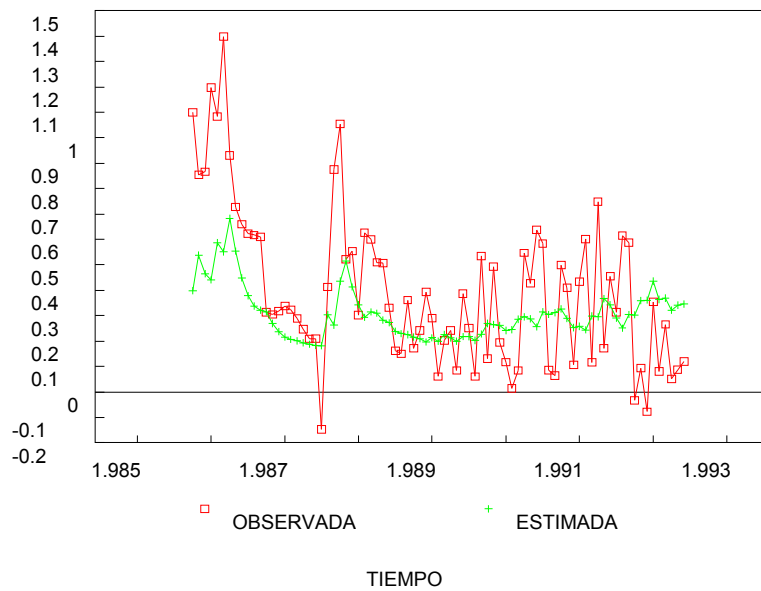
## GRAFICO 4. DESVIACION ESTANDAR ESTIMAD

TASAS PORCENTUALES MENSUALES



## GRAFICO 5. PRIMAS OBSERVADA Y ESTIMADA

TASAS PORCENTUALES MENSUALES



## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se utilizó el modelo GARCH-M, donde la varianza condicional es determinante de la prima de riesgo corriente, y así entra en la ecuación de los rendimientos financieros esperados.

El modelo fue aplicado para la economía boliviana en el período de post estabilización con dos especificaciones. Una utilizando la varianza condicional y en la otra la desviación estándar como medidas de riesgo total. Los resultados son bastante razonables para la especificación GARCH(1,1)-M.

Las dos medidas de incertidumbre (varianza y desviación estándar) se mostraron significativas en explicar los retornos esperados. Además cuando se utiliza la varianza como medida de riesgo total se encuentran evidencias a favor de la teoría del "habitat preferido" y cuando se usa la desviación estándar esto no ocurre.

Se encuentra también una razonable persistencia de los "shocks" en la ecuación de la varianza condicional, implicando que medidas de política económica o "shocks" que afecten el riesgo de los inversores perduren por un considerable período de tiempo. En este sentido sería conveniente el funcionamiento de reglas estables en el mercado financiero boliviano, para reducir los rendimientos requeridos por los inversores.

Para concluir, la prima de riesgo no es invariable en el tiempo en la economía boliviana durante el período considerado, al contrario varía sistemáticamente con la percepción que tienen los agentes sobre la incertidumbre de la economía.

Naturalmente este trabajo tiene sus limitaciones. La más importante tal vez sea no incorporar títulos en dólares, que representan alrededor de 85 por ciento del mercado boliviano de activos financieros. Este problema es dejado para un trabajo futuro, donde se pretende utilizar el instrumental ARCH en un modelo más general de rendimiento y riesgo, el "Capital Asset Pricing Model" (CAPM) de Sharpe y Lintner, que sugiere que la prima de riesgo es función del riesgo no diversificable, dependiendo así de la covarianza del rendimiento del activo con el rendimiento del mercado como un todo.

## BIBLIOGRAFIA

- BOLLERSLEV, T. 1986 "Generalized autoregressive conditional heterocedasticity". Journal of Econometrics, 31:307-27.
- CHOU, R. 1988. "Volatility persistence and stock valuations: Some empirical evidence using GARCH". Journal of Applied Econometrics, 3:279-94.
- DORNBUSCH, R. FISHER S. 1986. "Stopping hyperinflation: past and present". Weltwinstchattliches Archiv, april.
- ENGLE, R. 1982. "Autoregressive conditional heterocedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation". Econometrica, 50:987-1007.
- \_\_\_\_\_.; BOLLERSLEV, T. 1986. "Modelling the persistence of conditional variances". Econometric Review, 5:1-50.
- \_\_\_\_\_.; GRANGER, C. 1987. "Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing". Econometrica 55:251-76.
- \_\_\_\_\_.; LILIENS, D.; ROBINS, R. 1987. "Estimating time varying risk premia im the term structure". The ARCH-M model. Econometrica, 55:391-407.
- MANDLEBROT, B. 1963. "The variation of certain speculative prices". Journal of Business, 36:394-419.
- MORALES, J. 1989. La transición de la estabilidad al crecimiento sostenido en Bolivia. La Paz, Bolivia: Universidad Catolica Boliviana, (Junio). Mimeo.
- PHILLIPS, P.; PERRON, P. 1988. "Testing for a Unit Root in Time Series Regresion". Biometrika, 75:335-46.
- SACHS, J. 1986. "The Bolivian hyperinflation and stabilization". NBER Working Paper No. 2073 (noviembre).